

ĐỀ 3	ĐỀ THI HỌC KỲ II Môn: Toán 11 Thời gian: 90 phút
-------------	--

Câu 1: (1 điểm) Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x-x^2}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+2}{x-3}$

Câu 2: (1 điểm) Chứng minh rằng phương trình $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Câu 3: (1,5 điểm)

a) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{3x+1}{1-x}$

b) Cho hàm số $f(x) = \cos^2 2x$. Tính $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 4: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = -2$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với d: $y = \frac{x-2}{2}$.

Câu 5: (4 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a tâm O, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$.

a) Chứng minh : $(SBD) \perp (SAC)$.

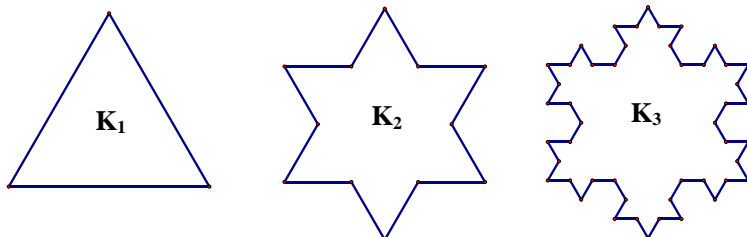
b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

c) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD)

d) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và BC.

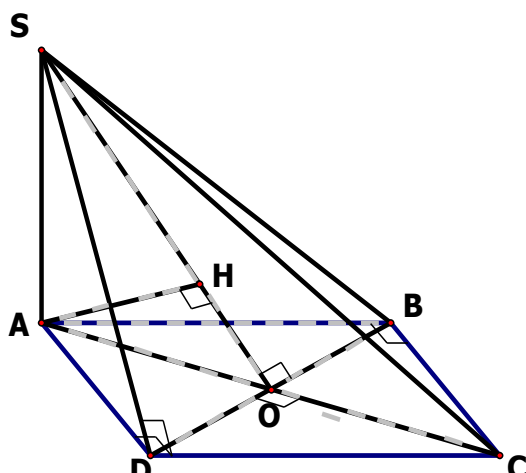
Câu 6: (1 điểm) Cho định nghĩa bông tuyết von Koch như sau:

Bông tuyết đầu tiên K_1 là một tam giác đều có cạnh bằng 1. Tiếp đó, chia mỗi cạnh của tam giác thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía ngoài, ta được bông tuyết K_2 . Cứ tiếp tục như vậy, cho ta một dãy các bông tuyết $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n, \dots$. Gọi C_n là chu vi của bông tuyết K_n . Hãy tính $\lim C_n$



ĐÁP ÁN

câu	Đáp án	Điểm
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x-x^2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-x-2)(x-1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x-2) = -3$	0.5
	$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+2}{x-3} = +\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} (x+2) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) = 0 \\ x-3 > 0 \text{ khi } x \rightarrow 3^+ \end{cases}$	0.5
2	Xét hàm số $f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x - 2 \Rightarrow f$ liên tục trên R. Ta có: $f(0) = -2, f(1) = 1, f(2) = -8, f(4) = 16$ $\Rightarrow f(0).f(1) < 0 \Rightarrow$ PT $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $c_1 \in (0;1)$ $f(1).f(2) < 0 \Rightarrow$ PT $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $c_2 \in (1;2)$ $f(2).f(4) < 0 \Rightarrow$ PT $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $c_3 \in (2;4)$ \Rightarrow PT $f(x) = 0$ có ít nhất 3 nghiệm trong khoảng $(-2; 5)$.	1
3	$y' = \frac{4}{(x-1)^2}$	1
	$f'(x) = -4 \cos 2x \sin 2x \Rightarrow f'(x) = -2 \sin 4x \Rightarrow f''(x) = -8 \cos 4x$ $\Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -8 \cos 2\pi = -8$	0.5
4	$y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} (x \neq -1)$ a) Với $x = -2$ ta có: $y = -3$ và $y'(-2) = 2 \Rightarrow$ PTTT: $y+3 = 2(x+2) \Leftrightarrow y = 2x+1$.	1
	b) d: $y = \frac{x-2}{2}$ có hệ số góc $k = \frac{1}{2} \Rightarrow$ TT có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$. Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm. Ta có $y'(x_0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{(x_0+1)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$ + Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow$ PTTT: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$. + Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow$ PTTT: $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.	0.5

<p>5</p>	 <p>a) Chứng minh : $BD \perp SC, (SBD) \perp (SAC)$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ABCD là hình vuông nên $BD \perp AC, BD \perp SA$ ($SA \perp (ABCD) \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$) • (SBD) chứa $BD \perp (SAC)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$ 	<p>1</p>
	<p>b) Tính $d(A, (SBD))$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trong ΔSAO hạ $AH \perp SO, AH \perp BD$ ($BD \perp (SAC)$) nên $AH \perp (SBD)$ • $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SA = a\sqrt{6}$ (gt) và ΔSAO vuông tại A <p>nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{6a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{13}{6a^2}$</p> <p>$\Rightarrow AH^2 = \frac{6a^2}{13} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{78}}{13}$</p>	<p>1</p>
	<p>c) Tính góc giữa SC và (ABCD)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Để thấy do $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC trên (ABCD) là AC \Rightarrow góc giữa SC và (ABCD) là góc (SCA). Vậy ta có: $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow SCA = 60^0$	<p>1</p>
	<p>d) Gọi M là trung điểm của AB.</p> $d_{SO;BC} = d_{BC;(SOM)} = d_{B;(SOM)} = d_{A;(SOM)} = AK = \frac{AM \cdot SA}{\sqrt{AM^2 + SA^2}} = \frac{\sqrt{6}}{5} a$	<p>1</p>
<p>6</p>	<p>Mỗi công đoạn cho ta một hình mới có số cạnh gấp 4 lần số cạnh ban đầu nên bông tuyết K_n có số cạnh là $3 \cdot 4^{n-1}$.</p> <p>Mỗi công đoạn lại làm độ dài mỗi cạnh giảm đi 3 lần nên bông tuyết K_n có độ dài cạnh là $\frac{1}{3^{n-1}}$.</p> <p>Như vậy chu vi của bông tuyết K_n được tính bằng $C_n = 3 \cdot 4^{n-1} \cdot \frac{1}{3^{n-1}} = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$</p> <p>Suy ra $\lim C_n = \lim 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} = +\infty$</p>	<p>1</p>