

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{27} + \sqrt{12}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$, với $x > 0$ và $x \neq 4$

c) Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $2x + y = 5$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.**Câu 2 (2,0 điểm).**

a) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 9 = 0$.

b) Cho phương trình: $x^2 - 9x + 16 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

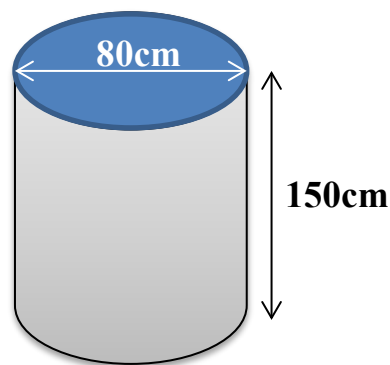
Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}}{x_1^2 + x_2^2}$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:

Để chào mừng kỷ niệm 200 năm danh xưng Anh Sơn (1882 - 2022) và 60 năm ngày tách lập huyện (19/4/1963 – 19/4/2023), Ban tổ chức đã tuyển chọn 350 em học sinh gồm cả nam và nữ để tham gia màn đồng diễn. Tuy nhiên sau khi cân đối đội hình thì ban tổ chức quyết định tuyển chọn thêm 52 học sinh nữa nên số học sinh nam tăng 20%, số học sinh nữ tăng 10% so với lúc đầu. Hỏi lúc đầu có bao nhiêu học sinh nam bao nhiêu học sinh nữ được tuyển chọn?

b) Bác An muốn làm 1 thùng đựng lúa có nắp đậy bằng tôn dạng hình trụ có kích thước như trên hình vẽ. Biết mỗi mét vuông tôn có giá là 200 000 đồng. Hỏi bác An cần trả số tiền bao nhiêu để mua tôn? (Biết sự hao hụt tôn ở các mối nối là không đáng kể)



Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại F và E. BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.

b) Tia AH cắt EF và BC theo thứ tự tại I và K. Chứng minh $AI \cdot HK = FI \cdot EK$

c) Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

Câu 5 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 \\ \sqrt{x^2 + 12} + \frac{5}{2}\sqrt{x+y} = 3x + \sqrt{x^2 + 5} \end{cases}$$

--- Hết ---

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,5 đ)	a) Tính $A = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{27} + \sqrt{12} = 1-\sqrt{3} - \sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 3}$. $= \sqrt{3} - 1 - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = -1$	0,5 0,5
	b) Với $x > 0$ và $x \neq 4$, ta có: $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ $B = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$	0,5 0,5
	c) Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $2x + y = 5$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3. Ta có: $2x + y = 5 \Leftrightarrow y = -2x + 5$. Để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ thì: $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b \neq 5 \end{cases} (*)$ Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 tức là khi $x = 3$ thì $y = 0$. Thay vào ta có: $0 = -2 \cdot 3 + b \Rightarrow b = 6$ (TM (*)) Vậy $a = -2$; $b = 6$	0,5
Câu 2 (2,0 đ)	a) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 9 = 0$. $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 81 > 0$. Pt có 2 nghiệm phân biệt là: $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = -3 \quad ; \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2}$	0,5 0,5
	b) Cho phương trình: $x^2 - 9x + 16 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $T = \frac{x_1 \sqrt{x_2} + x_2 \sqrt{x_1}}{x_1^2 + x_2^2}$ Ta có: $\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 17 > 0$ nên pt có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .	0,25

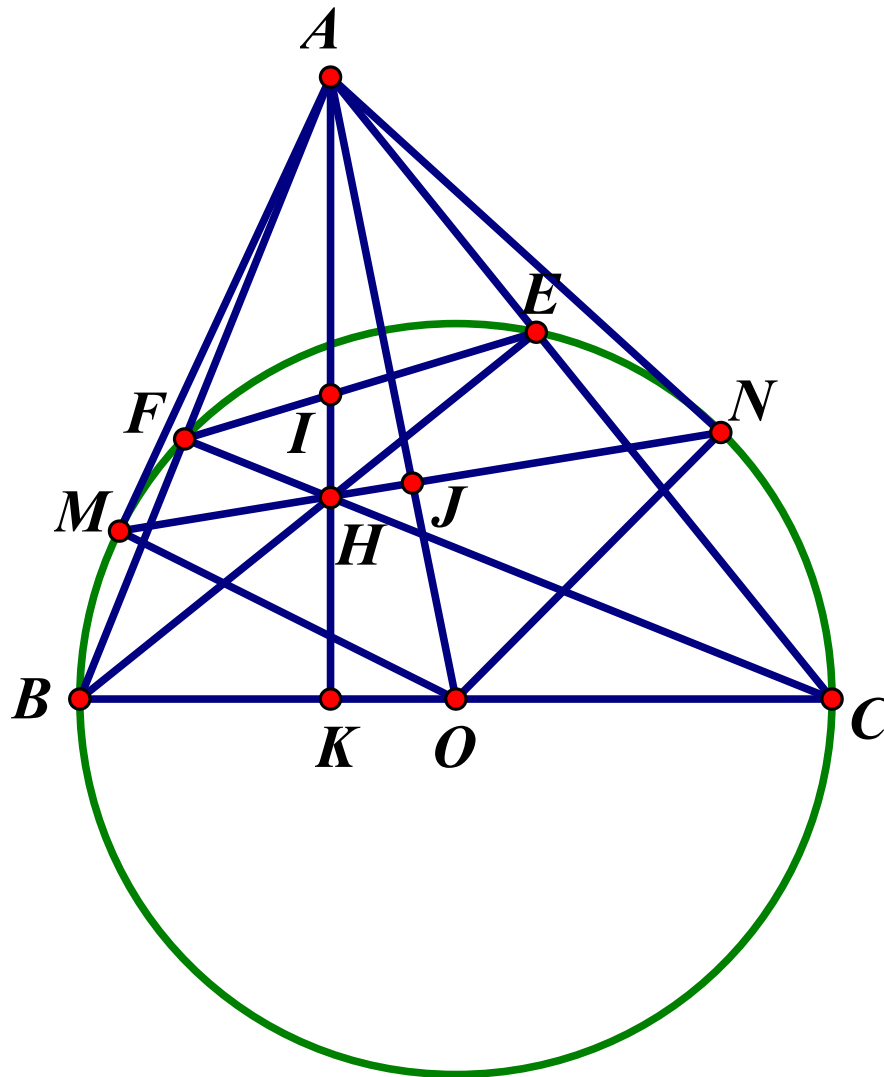
	Theo ĐL Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ x_1 x_2 = 16 \end{cases}$ - Tử: $A = x_1 \sqrt{x_2} + x_2 \sqrt{x_1} = \sqrt{x_1 x_2} (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})$ * $(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 9 + 2\sqrt{16} = 17$ $\Rightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{17}$ $\Rightarrow A = \sqrt{16} \cdot \sqrt{17} = 4\sqrt{17}$ - Mẫu: $B = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 9^2 - 2 \cdot 16 = 49$ Vậy $T = \frac{4\sqrt{17}}{49}$	0,25 0,25 0,25
Câu 3 (2,0 đ) Ý a (1,5 đ)	Gọi số học sinh nam lúc đầu được tuyển chọn là x (hs; $x \in N^*$) số học sinh nữ lúc đầu được tuyển chọn là y (hs; $y \in N^*$) Vì số học sinh nam và nữ lúc đầu được tuyển chọn là 350 em nên ta có pt: $x + y = 350$ (1) Sau khi tuyển chọn thêm 52 em thì số học sinh nam tăng 20%, số học sinh nữ tăng 10% so với lúc đầu nên ta có pt: $20\%x + 10\%y = 52 \Leftrightarrow 2y + y = 520$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ pt: $\begin{cases} x + y = 350 \\ 2x + y = 520 \end{cases}$ Giải hệ pt ta được: $x = 170$; $y = 180$ Trả lời: Số học sinh nam lúc đầu được tuyển chọn là: 170 em Số học sinh nữ lúc đầu được tuyển chọn là: 180 em	0,25 0,25 0,25 0,5 0,25
Ý b (0,5 đ)	Diện tích 1 đáy thùng là: $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = (0,4)^2 \pi = 0,16 \pi \text{ (m}^2\text{)}$ Diện tích xung quanh thùng là: $S_{\text{xq}} = 2\pi r h = 2 \pi \cdot 0,4 \cdot 1,5 = 1,2 \pi \text{ (m}^2\text{)}$ Diện tích toàn phần thùng là: $S_{\text{tp}} = 1,2 \pi + 2 \cdot 0,16 \pi = 1,52 \pi \text{ (m}^2\text{)}$ Số tiền mua tôn là: $1,52 \pi \cdot 200\,000 = 304\,000 \pi \approx 954\,560$ đồng	

Câu 4 (3,0 đ)	- Vẽ hình đến câu a cho 0,25 điểm - Vẽ hình đến câu b cho 0,5 điểm	0,5
a) (1,0 đ)	Ta có $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\widehat{AEH} = 90^\circ$ (kề bù với $\widehat{BEC}$) Tương tự $\widehat{AFH} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ tứ giác AEHF nội tiếp	1,0
b) (1,0 đ)	Tứ giác CKHE nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KEH} = \widehat{KCH}$ (cùng nhìn HK) Tứ giác BCEF nội tiếp $\widehat{BEF} = \widehat{BCF}$ (cùng nhìn BF) $\Rightarrow \widehat{KEH} = \widehat{BEF}$ $\Rightarrow$ EH là phân giác $\widehat{IEK}$ $\Rightarrow \frac{HI}{EI} = \frac{HK}{EK}$ (tính chất đường phân giác trong tam giác) (1)	1,0

Mặt khác: $\triangle AFI$ đồng dạng với $\triangle EHI$ nên $\Rightarrow \frac{HI}{EI} = \frac{FI}{AI}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{HK}{EK} = \frac{FI}{AI} \Rightarrow AI.HK = FI.EK$

c)
(0,5 đ)



Gọi J là giao điểm của AO và MN

C/m được $AO \perp MN$ tại J (3)

Áp dụng tính chất tiếp tuyến, cát tuyến và hệ thức lượng trong tam giác vuông C/m được $AH.AK = AF.AB = AM^2 = AJ.AO$

$\Rightarrow \triangle AHJ$ đồng dạng $\Rightarrow \triangle AOK$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{AJH} = \widehat{AKO} = 90^\circ$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra qua J có MN và JH cùng vuông góc với AO suy ra chúng trùng nhau hay M, H, J, N thẳng hàng.

0,5

Câu 5 (0,5 đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 & (1) \\ \sqrt{x^2+12} + \frac{5}{2}\sqrt{x+y} = 3x + \sqrt{x^2+5} & (2) \end{cases}$ ĐK: $x+y > 0$ $(1) \Leftrightarrow (x+y) \cdot [(x+y)^2 - 2xy] + 8xy = 16(x+y)$ $\Leftrightarrow (x+y)[(x+y)^2 - 16] - 2xy \cdot (x+y-4) = 0$ $\Leftrightarrow (x+y-4)[x^2 + y^2 + 4(x+y)] = 0 \Leftrightarrow x+y-4=0$ (vì $x+y > 0$ nên $x^2 + y^2 + 4(x+y) > 0$) Thay $x+y=4$ vào phương trình (2) ta được : $\sqrt{x^2+12} + 5 = 3x + \sqrt{x^2+5} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+12} - \sqrt{x^2+5} = 3x-5 \quad (*)$ Nhận xét: $VT > 0 \Rightarrow VP > 0 \Rightarrow x > \frac{5}{3}$, $(*) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+12} - 4 = 3x-6 + \sqrt{x^2+5} - 3$ $\Leftrightarrow \frac{x^2-4}{\sqrt{x^2+12}+4} = 3(x-2) + \frac{x^2-4}{\sqrt{x^2+5}+3}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=2(TM) \\ \frac{x+2}{\sqrt{x^2+12}+4} - \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3} - 3 = 0 \quad (**) \end{cases}$ Vì $x > \frac{5}{3} \Rightarrow x+2 > 0$, $\sqrt{x^2+12} + 4 > \sqrt{x^2+5} + 3 \Rightarrow \frac{x+2}{\sqrt{x^2+12}+4} < \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}$ $\Rightarrow \frac{x+2}{\sqrt{x^2+12}+4} - \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3} - 3 < 0, \forall x > \frac{5}{3}$ $\Rightarrow (**) \text{ vô nghiệm}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$	
	*Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa	