

(Đề thi gồm 03 trang)

Mã đề 101

I. Trắc nghiệm (3,0 điểm)

Câu 1: Điều kiện xác định của $\sqrt{2x+4}$ là

- A. $x \leq 2$ B. $x \geq -2$ C. $x \geq -4$ D. $x \leq 4$

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên ?

- A. $y = 2x + 3 - 5x$ B. $y = (3 - 2\sqrt{5})x - 7$ C. $y = (2\sqrt{2} - 3)x + 1$ D. $y = 7 - (3 - 2x)$

Câu 3: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2nx + y = 5 \\ x - my = 4 \end{cases}$ có nghiệm $(x, y) = (2; 1)$. Giá trị của biểu thức $m^2 - n^2$ là

- A. 1 B. -3 C. 3 D. -5

Câu 4: Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2 - 1)x^2 + 3x - 2 = 0$ là phương trình bậc hai là

- A. $m \neq \pm 1$ B. $m \neq 1$ C. $m = \pm 1$ D. $m \neq -1$

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao $AH = 2\sqrt{2}$ cm và $HB = 2HC$. Độ dài cạnh BC là

- A. 8 cm B. $\sqrt{2} + 2$ cm C. 8 cm D. 6 cm

Câu 6: Kim giờ và kim phút của đồng hồ tạo với nhau một góc ở tâm bằng bao nhiêu độ khi đồng hồ chỉ 7 giờ?

- A. 120° B. 135° C. 150° D. 210°

Câu 7: Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2} - \sqrt{5}$ có kết quả là

- A. $4 + 2\sqrt{5}$ B. $4 - 2\sqrt{5}$ C. $4 - 3\sqrt{5}$ D. -4

Câu 8: Điểm $A(-1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) khi

- A. $a = 2$ B. $a = -\frac{1}{4}$ C. $a = -2$ D. $a = \frac{1}{4}$

Câu 9: Tổng các giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m + 2 \\ 2x - y = 2m + 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất (x_0, y_0)

thỏa mãn $x_0^2 - y_0 = 3$ là

- A. -4 B. 5 C. 2 D. -2

Câu 10: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m-5)x^2 - 5x + 2 + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 0

Câu 11: Cho đường tròn $(O; 2\text{cm})$ có dây $AB = 2\sqrt{2}$ cm. Diện tích của phần hình tròn giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB là

- A. $2\pi - 4(\text{cm}^2)$ B. $\pi - 2(\text{cm}^2)$ C. $2(\text{cm}^2)$ D. $\pi(\text{cm}^2)$

Câu 12: Cho số thực x thỏa mãn $3\sqrt{x-1} - \sqrt{4x-4} = 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\sqrt{2x-1}$ là

- A. 3 B. 5 C. 9 D. $\sqrt{5}$

Câu 13: Đường thẳng $y = x + m - 1$ tiếp xúc với parabol $y = x^2$ khi

- A. $m = \frac{5}{4}$ B. $m = \frac{-3}{4}$ C. $m = \frac{3}{4}$ D. $m = \frac{-5}{4}$

Câu 14: Giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 8x - my = 2 \end{cases}$ có vô số nghiệm là

- A. $m = -4$ B. $m = 4$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 15: Biết phương trình $x^2 - 5x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Biểu thức $x_1 x_2 - 3x_1 - 3x_2$ có giá trị là

- A. -7 B. -2 C. 14 D. -16

Câu 16: Tam giác ABC có $BC = 24cm$, $AB = 18cm$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính AC. Độ dài bán kính đường tròn tâm O là

- A. $30cm$ B. $15cm$ C. $20cm$ D. $12cm$

Câu 17: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O, R) kẻ tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của AO và BC. Biết $\angle BAO = 30^\circ$, bán kính R của đường tròn là

- A. $24cm$ B. $10cm$ C. $15cm$ D. $12cm$

Câu 18: Mười hai năm sau khi băng tan, Địa y bắt đầu phát triển và nếu mỗi nhóm Địa y phát triển trên một khoảng đất hình tròn thì mối quan hệ giữa đường kính d (tính bằng mi-li-mét) của hình tròn đó và tuổi t của Địa y có thể biểu diễn tương đối theo công thức: $d = 7\sqrt{t - 12}$ (với $t \geq 12$). Người ta đã đo được đường kính của một nhóm Địa y cạnh một dòng sông là $42mm$. Với kết quả đo trên, em hãy tính xem băng trên dòng sông đó đã tan cách đó bao nhiêu năm?

- A. 48 B. 60 C. 36 D. 24

Câu 19: Phương trình $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi

- A. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ B. $m > 1$ C. $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ D. $m \neq 2$

Câu 20: Một khúc sông rộng khoảng $240m$. Một người lái đò chèo đò qua sông, bị dòng nước đẩy phải chèo khoảng $300m$ mới tới bờ bên kia. Hỏi nước đã đẩy chiếc đò đi một góc bằng khoảng bao nhiêu độ?

- A. 54° . B. 36° . C. 37° . D. 53° .

II. Phần tự luận (7,0 điểm)

Câu 1 (2,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 9}$ (với $x > 0; x \neq 9$).

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$

3) Tìm m để đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + 2$, ($m \neq 1$) đi qua điểm $M(1; 4)$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + m + 1 = 0$ (1) (x là ẩn, m là tham số).

1) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 2x_2 = 7$.

Câu 3 (1,0 điểm). Một người đầu tư 500 triệu đồng vào hai khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và mua trái phiếu Chính phủ với lãi suất 5% một năm. Cuối năm người đó nhận được 35,5 triệu đồng tiền lãi. Hỏi người đó đã đầu tư vào mỗi khoản bao nhiêu tiền?

Câu 4 (2,0 điểm). Cho đường tròn (O) . Một đường thẳng d cố định, không đi qua tâm O , cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt A và B. Lấy điểm M bất kỳ thuộc d và nằm ngoài đường tròn (O) ($MA < MB$). Qua M vẽ hai tiếp tuyến MC và MD (với C, D là hai tiếp điểm). Gọi I là giao điểm của MO và CD. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác OCMD là tứ giác nội tiếp.

2) $MC^2 = MA \cdot MB$.

3) $\widehat{MIA} = \widehat{MBO}$.

Câu 5 (0,5 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức:
$$P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}}$$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM

I. Phần trắc nghiệm: Mỗi câu đúng cho 0,15 điểm

1.B	2.D	3.C	4.A	5.D	6.C	7.B	8.A	9.D	10.A
11. B	12.A	13.C	14.B	15.D	16.B	17.D	18.B	19.C	20.C

II. Tự luận

Câu	Hướng dẫn	Điểm
Câu 21		2,5
1 (1,0 điểm)	$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x-9}$	0.25
	$= \frac{\sqrt{x}+3+\sqrt{x}-3}{x-9} : \frac{\sqrt{x}}{x-9}$	0.25
	$= \frac{2\sqrt{x}}{x-9} \cdot \frac{x-9}{\sqrt{x}}$	0.25
	$= 2$ Vậy $B = 2$.	0.25
2 (1,0 điểm)	$\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=10 \\ 2x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y=7 \\ 2x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=3 \end{cases}$	0.75
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; -1)$	0.25
3 (0,5 điểm)	Đồ thị hàm số $y = (m-1)x + 2$, $(m \neq 1)$ (1) đi qua điểm $M(1; 4)$ khi $4 = (m-1) \cdot 1 + 2$	0.25
	Tìm được $m = 3$ KL	0.25
Câu 22		1,0
1 (0,5 điểm)	$x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0 \quad (1)$	
	Thay $m = 2$ vào phương trình (1) ta được $x^2 - 4x + 3 = 0$	0,25
	Giải phương trình ta tìm được $x_1 = 1, x_2 = 3$ KL	0,25
2 (0,5 điểm)	Phương trình (1) có $1 + [-(m+2)] + m + 1 = 0$ suy ra phương trình có hai nghiệm là 1 và $m+1$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m+1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 0$ (1)	0,25
	+ Trường hợp 1: $x_1 = 1, x_2 = m+1$ thay vào biểu thức $x_1^2 - 2x_2 = 7$ ta có $1^2 - 2(m+1) = 7 \Leftrightarrow m = -4$ + Trường hợp 2: $x_1 = 1, x_2 = m+1$ thay vào biểu thức $x_1^2 - 2x_2 = 7$ ta có $(m+1)^2 - 2 \cdot 1 = 7 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=3 \\ m+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-4 \end{cases}$ KL	0,25
Câu 23		1,0

	Gọi số tiền người đó đầu tư mua trái phiếu doanh nghiệp và trái phiếu chính phủ lần lượt là x và y (triệu đồng) ($0 < x, y < 500$) Theo đầu bài ta có $x + y = 500$ (1)	0,25
	Vì trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm, trái phiếu chính phủ với lãi suất 5% một năm và cuối năm người đó nhận được 35,5 triệu đồng tiền lãi nên ta có phương trình $0,08x + 0,05y = 35,5$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,08x + 0,05y = 35,5 \end{cases}$ Giải hệ tìm được $x = 350, y = 150$	0,25
	Kiểm tra ĐK và trả lời	0,25
Câu 24		2,0
1 (0,75 điểm)	Ta có $\widehat{OCM} = 90^\circ$ (do MC là tiếp tuyến).	0.25
	Ta có $\widehat{ODM} = 90^\circ$ (do MD là tiếp tuyến).	0.25
	Suy ra $\widehat{OCM} + \widehat{ODM} = 180^\circ$ Mà đây là hai góc đối nhau nên tứ giác OCMD nội tiếp.	0.25
2 (0,75 điểm)	Xét hai tam giác MCA và MBC có $\widehat{M}$ chung, $\widehat{MCA} = \widehat{MBC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung). nên hai tam giác MCA và MBC đồng dạng (g.g).	0.25
	Suy ra $\frac{MC}{MB} = \frac{MA}{MC} \Leftrightarrow MC^2 = MA.MB$ (đpcm). (1)	0.25
	Trong tam giác vuông MDO có $MI.MO = MD^2$. (2) Mà $MC = MD$	0.25
3 (0,5 điểm)	Từ (1) và (2) ta có $MI.MO = MA.MB \Leftrightarrow \frac{MI}{MB} = \frac{MA}{MO}$ Suy ra được hai tam giác MAI và MOB đồng dạng. Từ đó suy ra $\widehat{MIA} = \widehat{MBO}$. (đpcm).	0.25

Câu 25		0,5
	Từ giả thiết $xy + yz + zx = 5$, ta có: $x^2 + 5 = x^2 + xy + yz + xz = (x + y)(z + x)$ Áp dụng Bất đẳng thức AM – GM ta có: $\sqrt{6(x^2 + 5)} = \sqrt{6(x + y)(z + x)} \leq \frac{3(x + y) + 2(z + x)}{2} = \frac{5x + 3y + 2z}{2}$ Chứng minh tương tự, ta được: $\sqrt{6(y^2 + 5)} \leq \frac{3x + 5y + 2z}{2}; \sqrt{z^2 + 5} \leq \frac{x + y + 2z}{2}$	
	Cộng theo vế các bất đẳng thức, ta được: $\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5} \leq \frac{9x + 9y + 6z}{2}$ $\Rightarrow P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}} \geq \frac{2(3x + 3y + 2z)}{9x + 9y + 6z} = \frac{2}{3}$ Vậy $\text{Min}P = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = y = 1, z = 2$	