SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO TP.HCM

TRƯỜNG THPT TRẦN VĂN GIÀU

==== o O o ====

ĐỀ ÔN THI THPT NĂM HỌC 2022-2023

MÔN : TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1}=2^{16-4x}$ là

A. $S=\{3\}$. **B.** $S=\{3;5\}$. **C.** $S=\{3;-5\}$. **D.** $S=\{-5;5\}$.

Câu 2. Trong không gian *Oxyz*, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P): $2x-3y+z-5=0$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(-2;3;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-1)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;1)$.

Câu 3. Cho cấp số nhân với $u_1=2;u_2=6$. Giá trị của công bội q bằng

A. 3. **B.** ±3. **C.** -3. **D.** $\pm\dfrac{1}{3}$.

Câu 4. Tính tích phân $I=\int_0^1 x^{2019}dx$ bằng

A. $\dfrac{1}{2020}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2019}$. **D.** 1.

Câu 5. Khối trụ có diện tích đáy bằng $4\left(cm^2\right)$, chiều cao bằng $2(cm)$ có thể tích bằng:

A. $8\left(cm^2\right)$. **B.** $8\left(cm^3\right)$. **C.** $\dfrac{8}{3}\left(cm^3\right)$. **D.** $4\left(cm^3\right)$.

Câu 6. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2-3i$ và $2+3i$ làm nghiệm?

A. $z^2+4z+3=0$. **B.** $z^2+4z+13=0$. **C.** $z^2-4z+13=0$. **D.** $z^2-4z+3=0$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2-2x$ và đường thẳng $(d): y=x$ bằng

A. $\dfrac{17}{6}$. **B.** $\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{23}{6}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$, $SA=2a\sqrt{3}$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	1

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10. Cho hình trụ tròn xoay có thiết diện qua trục là hình vuông có diện tích $4a^2$. Thể tích khối trụ đã cho là

A. $2\pi a^3$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 11. Trong không gian *Oxyz*, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta): -4x + 2y + 4z - 4 = 0$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

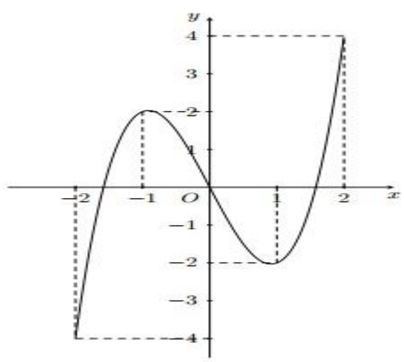
Câu 12. Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$. Giá trị $y_1 + y_2$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 13. Bà Hoa gửi vào ngân hàng 120 triệu đồng theo hình thức lãi suất kép. Lãi suất ngân hàng là 8% năm và không thay đổi qua các năm bà gửi tiền. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì bà Hoa có số tiền cả gốc lẫn lãi lớn hơn 180 triệu đồng?

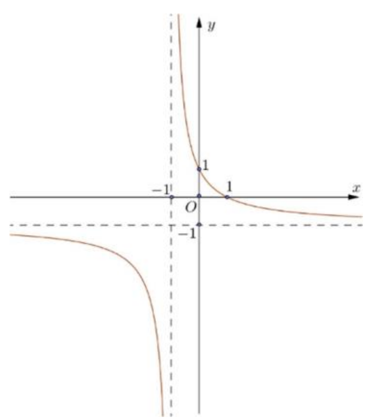
A. 6 năm. **B.** 8 năm. **C.** 5 năm. **D.** 7 năm.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là M, m. Giá trị $M + m$ bằng



A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = \dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **C.** $y = \dfrac{-x}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{-x+1}{x+1}$.

Câu 16. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 12t^2$, t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động, s (mét) là quãng đường vật chuyển động trong t giây. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 10$ giây là

A. 80 (m/s). **B.** 90 (m/s). **C.** 100 (m/s). **D.** 70 (m/s).

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 7 = 0$. Toạ độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(-2;-3;4); R = 36$. **B.** $I(-2;-3;4); R = 6$. **C.** $I(2;3;-4); R = 36$. **D.** $I(2;3;-4); R = 6$.

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính cosin của góc giữa một mặt bên và mặt đáy.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 19. Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1}$ có tập nghiệm $S = (a;b)$. Giá trị của $b - a$ bằng.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 20. Cho số phức $z = a + bi, a, b \in R$ thỏa mãn điều kiện $(1+i)z + 1 - i = 2 + 2i$. Giá trị của $a.b$ bằng.

A. –2. **B.** 2. **C.** –1. **D.** 1.

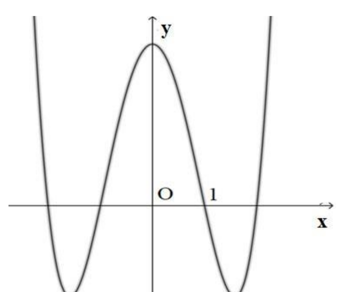
Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Thể tích tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$. Giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ là $\left(-\infty; \frac{b}{a}\right]$ với $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản. Khi đó $T = 2a + b$ bằng

A. 19. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**



A. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$. **B.** $f'\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$. **C.** $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$. **D.** $f'\left(-\frac{1}{2}\right) < 0$.

Câu 24. Biết $\int x.(2x+1)^{100}\,dx = \frac{(2x+1)^{102}}{a} - \frac{(2x+1)^{101}}{b} + C$, $a, b \in \cdot$. Giá trị của hiệu $a - b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25. Tập hợp các số thực m để phương trình $\ln(3x - mx + 1) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$ có nghiệm là nửa khoảng $[a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. $\frac{10}{3}$. **B.** 4. **C.** $\frac{22}{3}$. **D.** 7.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ với $f(0)=f(1)=1$. Biết rằng: $\int_0^1 e^x\left[f(x)+f'(x)\right]dx=ae+b$, $a,b\in$ ▪. Giá trị biểu thức $a^{2019}+b^{2019}$ bằng

A. $2^{2018}+1$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $2^{2018}-1$.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2+\sqrt{3}z+a^2-2a=0$ có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0|=\sqrt{3}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 28. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD=2AB=2AD=4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang $ABCD$ khi quay xung quanh đường thẳng BC bằng

A. $\frac{28\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $\frac{20\sqrt{2}}{3}\pi$. **C.** $\frac{32\sqrt{2}}{3}\pi$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}}{3}\pi$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Tam giác SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Số đo của góc giữa đường thẳng SA và (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 75^0. **D.** 60^0.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 và mặt phẳng (α) có phương trình

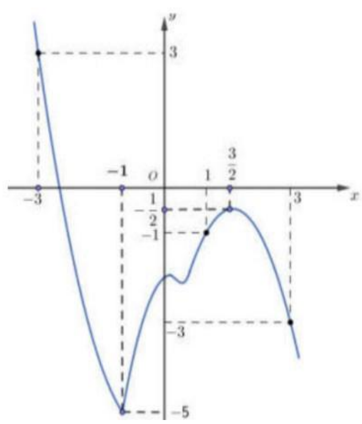
$$d_1:\begin{cases}x=1+3t\\ y=2+t\\ z=-1+2t\end{cases},\ d_2:\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{2}=\frac{z-4}{-2},\ (\alpha):x+y-z-2=0$$

Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α), cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $\frac{x+2}{8}=\frac{y-1}{-7}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{-8}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{8}=\frac{y-1}{7}=\frac{z+3}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{-8}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $f\left(3-4\sqrt{6x-9x^2}\right)+1+m^2=0$ có nghiệm là

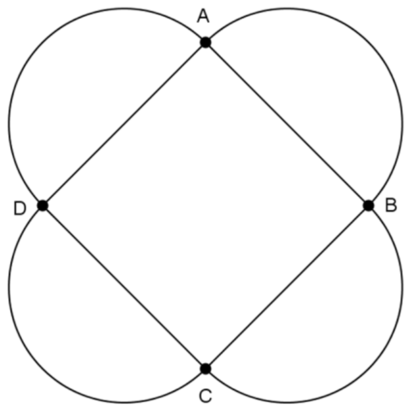


A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(10;1;1)$, $B(10;4;1)$, $C(10;1;5)$. Gọi S_1 là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 1; (S_2) là mặt cầu có tâm B, bán kính bằng 2 và (S_3) là mặt cầu có tâm C, bán kính bằng 4. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với ba mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$?

A. 4. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Trong mặt phẳng cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{2}$, phía ngoài hình vuông vẽ thêm bốn đường tròn nhận các cạnh của hình vuông làm đường kính (hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình trên khi quay quanh đường thẳng AC bằng



A. $\dfrac{32\pi}{3}+4\pi^2$. **B.** $\dfrac{16\pi}{3}+2\pi^2$. **C.** $\dfrac{8\pi}{3}+\pi^2$. **D.** $\dfrac{64\pi}{3}+8\pi^2$.

Câu 34. Trong mặt phẳng cho hai tia Ox và Oy vuông góc với nhau tại O. Trên tia Ox lấy 10 điểm $A_1, A_2, ..., A_{10}$ và trên tia Oy lấy 10 điểm $B_1, B_2, ..., B_{10}$ thoả mãn $OA_1 = A_1A_2 = ... = OB_1 = B_1B_2 = ... = B_9B_{10} = 1$ (đvđ). Chọn ra ngẫu nhiên một tam giác có đỉnh nằm trong 20 điểm $A_1, A_2, ..., A_{10}, B_1, B_2, ..., B_{10}$. Xác suất để tam giác chọn được có đường tròn ngoại tiếp, tiếp xúc với một trong hai trục Ox hoặc Oy là

A. $\dfrac{1}{228}$. **B.** $\dfrac{2}{225}$. **C.** $\dfrac{1}{225}$. **D.** $\dfrac{1}{114}$.

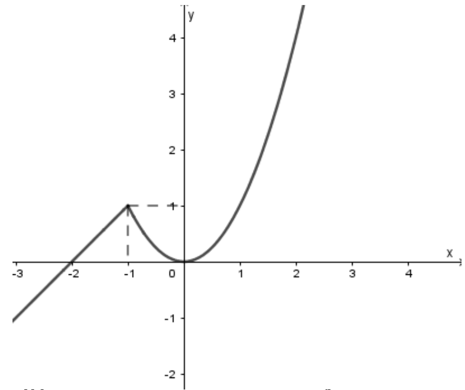
Câu 35. Trong các số phức z thỏa mãn $\left|z^2+1\right| = 2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 36. Tổng các giá trị nguyên dương của m để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\dfrac{m}{72}x^2+1} < \sqrt{x}$ có chứa đúng hai số nguyên là

A. 5. **B.** 29. **C.** 18. **D.** 63.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm một phần đường thẳng và một phần parabol có đỉnh là gốc tọa độ O như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\dfrac{26}{3}$. **B.** $\dfrac{38}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{28}{3}$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019;2019)$ để hàm số $y=\dfrac{m-1}{5}x^5+\dfrac{m+2}{4}x^4+m+5$ đạt cực đại tại $x=0$?

A. 101. **B.** 2016. **C.** 100. **D.** 10.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3^2$, mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc (P). Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong mặt phẳng (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB=4$. Gọi $\vec{u}=(1;b;c)$ với $c>0$ là một vectơ chỉ phương của Δ, tổng $b+c$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 45.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{6a}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

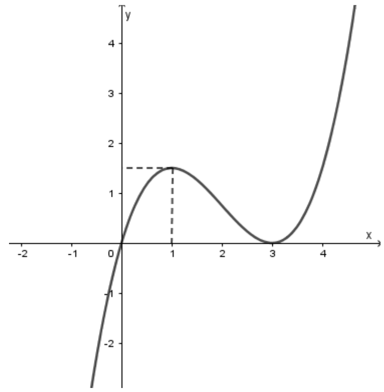
Câu 41. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 2. Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm M sao cho $AM=x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm C lên AB, MB. Đường thẳng qua E, F cắt d tại N. Xác định x để thể tích khối tứ diện $BCMN$ nhỏ nhất.

A. $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$, mặt phẳng $(P):x-2y+z-12=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua M, nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung dài nhất?

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \\ z=4+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-3-9t \\ z=4+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t \\ z=1+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+t \\ z=5+t \end{cases}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



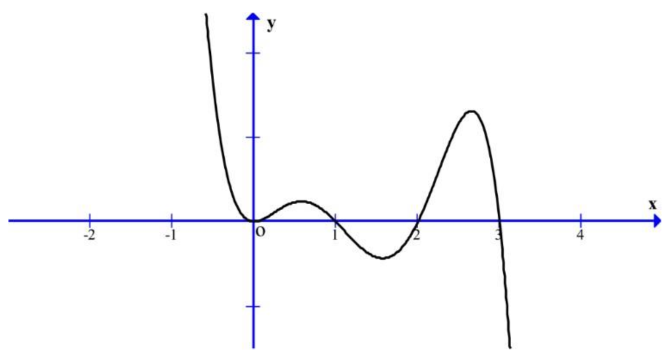
Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x+2)+4f(x+2)+3m\right|$ có đúng 3 cực trị. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. 5047. **B.** 5049. **C.** 5050. **D.** 5043.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 (x-2)^2 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{21}$, $f(1)=0$, $\int_1^2 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{1}{7}$. Tính $\int_1^2 xf(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{-19}{60}$. **B.** $\frac{7}{120}$. **C.** $\frac{-1}{5}$. **D.** $\frac{13}{30}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới



Xét hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+2x+5}-\sqrt{x^2+2x+4}\right)+2019$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=g(x)$ có giá trị nhỏ nhất là $f\left(2-\sqrt{3}\right)+2019$.

B. Hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Đồ thị hàm số $y=g(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

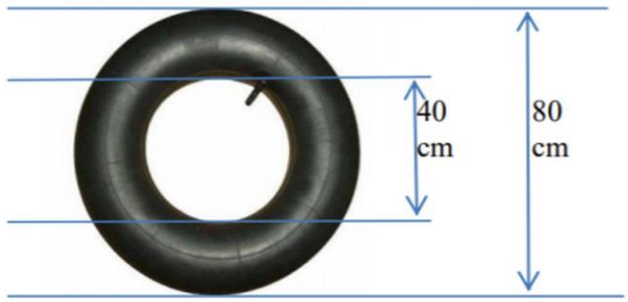
Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{-1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$, $\Delta_2: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$. Biết rằng có hai đường thẳng d_1, d_2 nằm trong (P), cắt Δ_2 và cách Δ_1 một khoảng bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$. Gọi $\overrightarrow{u_1}=(a;b;1)$, $\overrightarrow{u_2}=(1;c;d)$ lần lượt là véctơ chỉ phương của d_1, d_2. Tính $S=a+b+c+d$.

A. $S=0$. **B.** $S=2$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

Câu 47. Cho $x,y>0$ thoả mãn: $5^{x+4y}+\dfrac{3}{3^{xy}}+x+1=\dfrac{5^{xy}}{5}+3^{-x-4y}+y(x-4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$

A. 3. **B.** $5+2\sqrt{5}$. **C.** $3-2\sqrt{5}$. **D.** $1+\sqrt{5}$.

Câu 48. Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau.



Thể tích của cái phao (không kể đầu van) bằng

A. $3000\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $6000\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $6000\pi^2\left(cm^3\right)$. **D.** $3000\pi^2\left(cm^3\right)$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2019;2019]$ để bất phương trình $\left(1-m^3\right)x^3+3\left(2-m^3\right)x^2+\left(13-m-3m^3\right)x+10-m-m^3\geq 0$ đúng với mọi $x\in[1;3]$. Số phần tử của S là

A. 4038. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Câu 50. Ông A đến tiệm điện máy để mua ti vi với giá niêm yết $17.000.000$ đồng, ông trả trước 30% số tiền. Số tiền còn lại ông trả góp trong 6 tháng, lãi suất $2,5\%$ / tháng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày mua, ông bắt đầu trả góp; hai lần liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả góp ở mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng tiệm điện máy chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Nếu mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền ông A phải trả nhiều hơn số giá niêm yết gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 2.160.000 đồng. **B.** 1.983.000 đồng. **C.** 883.000 đồng. **D.** 1.060.000 đồng.

--------------- HẾT ---------------

LỜI GIẢI CHI TIẾT

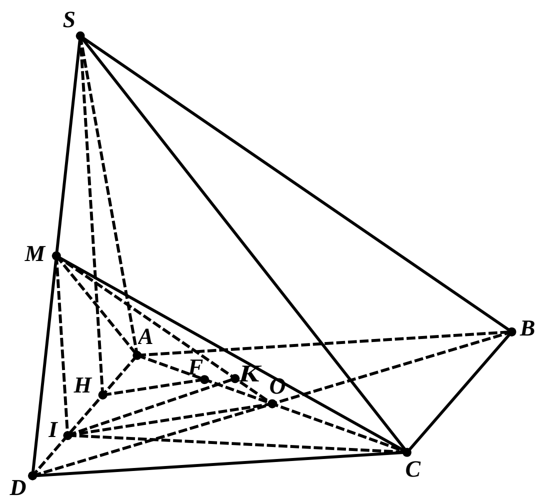
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\frac{3a}{4}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{6a}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Kẻ $SH \perp AD$, $H \in AD$ thì $SH \perp (ABCD)$. Gọi M, I, F lần lượt là trung điểm đoạn thẳng SD, DH, AO.



H là hình chiếu của S trên $(ABCD)$ nên DH là hình chiếu của SD trên $(ABCD)$. Suy ra

$\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SD,HD}\right) = \widehat{SDH} \quad \Rightarrow \widehat{SDH} = 60°$.

Vì tam giác SAO cân tại S và F là trung điểm AO nên $SF \perp AO$.

Vì $AC \perp SF$ và $AC \perp SH$ nên $AC \perp HF$.

Xét tam giác ADC vuông tại D ta có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 2a$.

Xét hai tam giác AFH và ADC đồng dạng ta có $\frac{AH}{AC} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AH = \frac{AF.AC}{AD} = \frac{\frac{a}{2}.2a}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $DH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng AI. Từ đó $IO // HF$ nên $IO \perp AC$.

Kẻ $IK \perp MO$ thì $d\left(I,(MAC)\right) = IK$.

Xét tam giác AIO vuông tại O ta có $IO=\sqrt{AI^2-AO^2}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Xét tam giác SDH vuông tại H ta có $SH=DH.\tan\widehat{SDH}=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}\tan 60^\circ=2a$.

MI là đường trung bình của tam giác SHD nên $MI=\dfrac{SH}{2}=a$.

Xét tam giác MIO vuông tại I ta có: $\dfrac{1}{IK^2}=\dfrac{1}{IM^2}+\dfrac{1}{IO^2}=\dfrac{4}{a^2}\Rightarrow IK=\dfrac{a}{2}$.

$d\left(I,\left(MAC\right)\right)=IK=\dfrac{a}{2}$.

Vì $SB//MO$ nên $SB//\left(MAC\right)$. Suy ra $d\left(SB,AC\right)=d\left(SB,\left(MAC\right)\right)=d\left(B,\left(MAC\right)\right)$

$=d\left(D,\left(MAC\right)\right)=\dfrac{3}{2}d\left(I,\left(MAC\right)\right)=\dfrac{3}{2}IK=\dfrac{3a}{4}$.

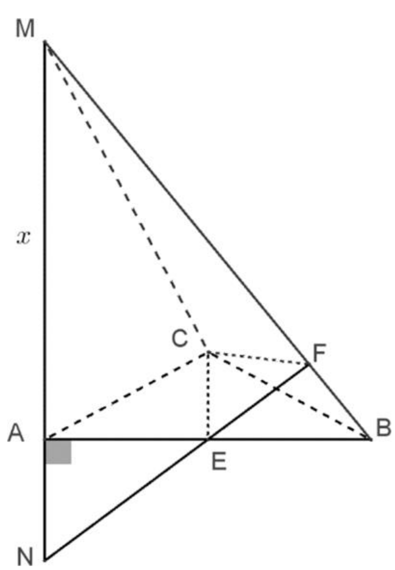
Vậy $d\left(SB,AC\right)=\dfrac{3a}{4}$.

Câu 41: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 2. Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ lấy điểm M sao cho $AM=x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm C lên AB, MB. Đường thẳng qua E, F cắt d tại N. Xác định x để thể tích khối tứ diện $BCMN$ nhỏ nhất.

A. $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Trong ΔABC đều có $CE \perp AB$. Suy ra E là trung điểm AB. Suy ra $AE = BE = 1$.

Ta có $CE \perp AB$ và $CE \perp MA$ do $d \perp (ABC)$. Suy ra $CE \perp (ABM)$. Suy ra $CE \perp MB$.

Có $MB \perp CF$. Suy ra $MB \perp (CEF)$. Suy ra $MB \perp EF$.

Ta có $\widehat{ANE} = 90° - \widehat{AEN} = 90° - \widehat{FEB} = \widehat{FBE} = \widehat{ABM}$.

Xét hai tam giác AEN và AMB có $\widehat{AMB} = \widehat{AEN} = 90°$ và $\widehat{ANE} = \widehat{ABM}$.

Suy ra $\Delta AEN \backsim \Delta AMB$. Suy ra $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{AE}{AM} \Rightarrow AN = \dfrac{AE.AB}{AM} = \dfrac{1.2}{x} = \dfrac{2}{x}$.

Suy ra $MN = AM + AN = x + \dfrac{2}{x}$.

Tứ diện $BCMN$ có $CE \perp (BMN)$, trong ΔBMN có $BA \perp MN$.Suy ra thể tích tứ diện $BCMN$ là: $V = \dfrac{1}{3}.CE.\dfrac{1}{2}BA.MN$.

Vì độ dài CE và BA là không đổi nên thể tích khối tứ diện $BCMN$ nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài MN nhỏ nhất.

Ta có $MN = x + \dfrac{2}{x} \geq 2\sqrt{x.\dfrac{2}{x}} = 2\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = \dfrac{2}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

Vậy $x = \sqrt{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$, mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 12 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua M, nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung dài nhất?

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - 9t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $d(I,(P)) = 2\sqrt{6} < R = 5$ nên (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có tâm là hình chiếu vuông góc của I lên (P).

Đường thẳng d đi qua I vuông góc với (P) có ptts là: $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 2 - 2t' \\ z = 3 + t' \end{cases}$.

Suy ra $d\cap(P)=K(3;-2;5)$. Do vậy tâm của (C) là $K(3;-2;5)$.

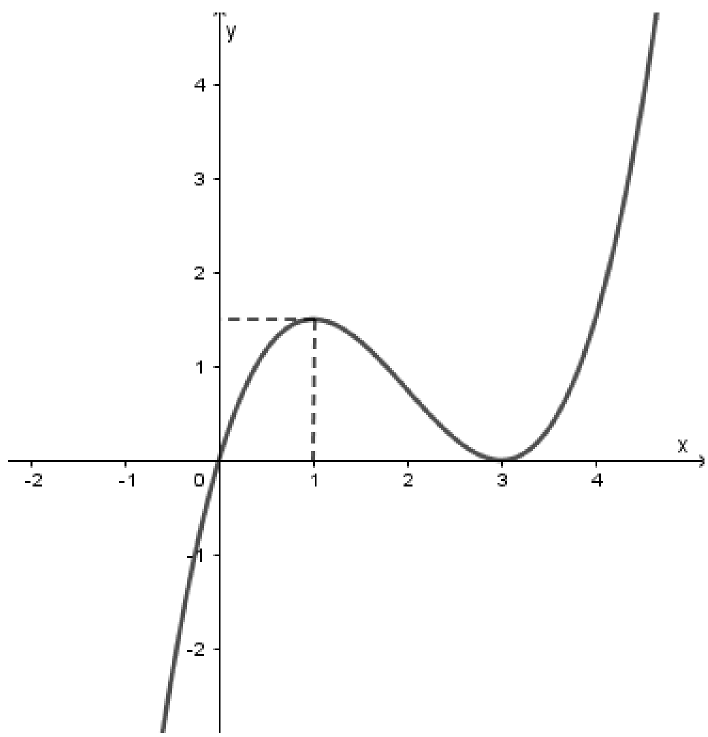
Gọi đường thẳng Δ là đường thẳng cần tìm.

Vì đường thẳng Δ đi nằm trong (P) và cắt (S) theo dây cung dài nhất nên Δ cắt (C) theo dây cung dài nhất. Suy ra Δ đi qua tâm của (C) hay đường thẳng Δ là đường thẳng MK.

Ta có $\overrightarrow{MK}=(1;1;1)$.

Đường thẳng MK đi qua K có vtcp là $\overrightarrow{MK}=(1;1;1)$ có ptts là $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+t \\ z=5+t \end{cases}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x+2)+4f(x+2)+3m\right|$ có đúng 3 cực trị. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. 5047 . **B.** 5049 . **C.** 5050 . **D.** 5043 .

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$, ta có, bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{3}{2}$	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta có:

$f'(x) < 0$ khi $1 < x < 3$;

$f'(x) > 0$ khi $x < 1$ hoặc $x > 3$.

Đặt: $g(x) = f^2(x+2) + 4f(x+2) + 3m$.

$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x+2)f(x+2) + 4f'(x+2) = 2f'(x+2)\left(f(x+2)+2\right)$

$\Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x+2) = 0 (1) \\ f(x+2) = -2 (2) \end{array}\right.$

(1) $\Leftrightarrow f'(x+2) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$;

(2) $\Leftrightarrow f(x+2) = -2 \Rightarrow x = \alpha \ (\alpha < -2)$.

Ta có, bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau

x	$-\infty$		α		-1		1		$+\infty$
$f'(x+2)$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x+2)+\alpha$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có, bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$ như sau

x	$-\infty$		α		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$3m-4$	↗	$\frac{33}{4}+3m$	↘	$3m$	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT của hàm số $y=g(x)$, suy ra hàm số $h(x)=\left|f^2(x+2)+4f(x+2)+3m\right|$ có đúng 3 cực trị thì

$3m-4\ge 0\Leftrightarrow m\ge \dfrac{4}{3}$.

Mà m thuộc đoạn $[-100;100]$, suy ra $m\in S=\{2;3;4;.........100\}$.

Vậy, $2+3+4+.........+100=5049$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 (x-2)^2 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{21}$, $f(1)=0$, $\int_1^2 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\dfrac{1}{7}$. Tính $\int_1^2 xf(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{-19}{60}$. **B.** $\dfrac{7}{120}$. **C.** $\dfrac{-1}{5}$. **D.** $\dfrac{13}{30}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$\int_1^2 (x-2)^2 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{21}$.

Đặt: $u=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=(x-2)^2\mathrm{d}x\Rightarrow v=\dfrac{(x-2)^3}{3}$.

$\int_1^2 (x-2)^2 f(x)\mathrm{d}x=\left.\left(\dfrac{(x-2)^3}{3}f(x)\right)\right|_1^2-\int_1^2 \dfrac{(x-2)^3}{3}f'(x)\mathrm{d}x$

$=-\int_1^2 \dfrac{(x-2)^3}{3}f'(x)\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow \int_1^2 (x-2)^3 f'(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{7}$.

Do đó, $\int_1^2 (x-2)^3 f'(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\dfrac{1}{7}$

Mà $\int_1^2 (x-2)^6\mathrm{d}x=\left.\left(\dfrac{(x-2)^7}{7}\right)\right|_1^2=\dfrac{1}{7}$.

Vậy, $\int_1^2\left((x-2)^6-2(x-2)^3f'(x)+[f'(x)]^2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{7}-\dfrac{2}{7}+\dfrac{1}{7}=0$

$\Rightarrow \int_1^2\left((x-2)^3-f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=0\Rightarrow (x-2)^3-f'(x)=0$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{(x-2)^4}{4}+C$.

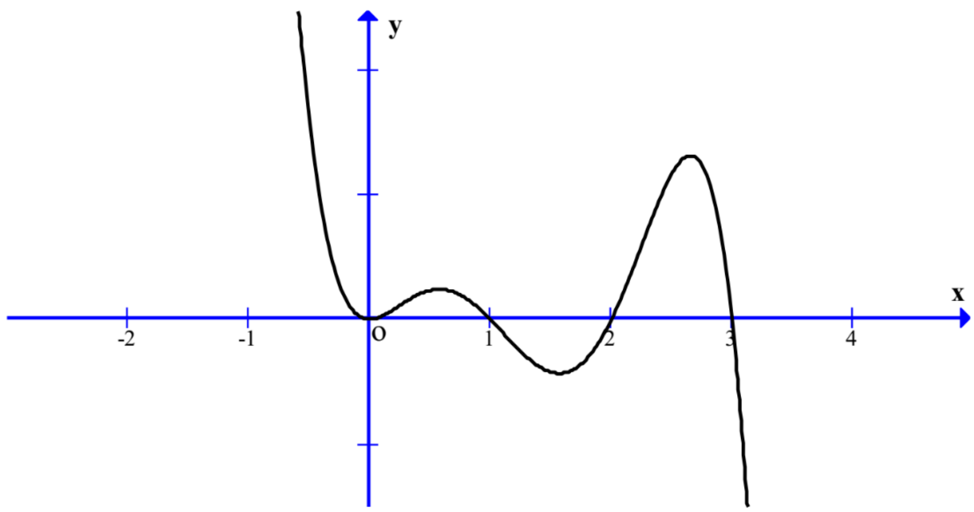
Mà $f(1)=0\Rightarrow C=\dfrac{-1}{4}\Rightarrow f(x)=\dfrac{(x-2)^4}{4}-\dfrac{1}{4}$.

$$\int_1^2 xf(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int_1^2 \left(x(x-2)^4 - x\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\int_1^2 \left((x-2)^5 + 2(x-2)^4 - x\right)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{(x-2)^6}{6} + \frac{2(x-2)^5}{5} - \frac{1}{2}x^2\right)\Bigg|_1^2$$

$$= \frac{1}{4}\left(-2 - \frac{1}{6} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) = -\frac{19}{60}.$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới



Xét hàm số $g(x) = f\left(\sqrt{x^2+2x+5} - \sqrt{x^2+2x+4}\right) + 2019$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = g(x)$ có giá trị nhỏ nhất là $f\left(2-\sqrt{3}\right) + 2019$.

B. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

D. Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{x^2+2x+5} - \sqrt{x^2+2x+4}$. Ta có: $t' = (x+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+5}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+4}}\right)$.

Ta có: $\sqrt{x^2+2x+5} > \sqrt{x^2+2x+4} > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra

$\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+5}} < \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+4}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+5}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+4}} < 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra: $t' = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+5} - \sqrt{x^2+2x+4}\right) = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+5} + \sqrt{x^2+2x+4}} = 0$.

+) $t(-1) = 2 - \sqrt{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	
t	0	$\nearrow$	$2-\sqrt{3}$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên ta được $0 < t \le 2-\sqrt{3} < 1$ do đó từ đồ thị hàm số suy ra $f'(t) > 0$ hay $f'\left(\sqrt{x^2+2x+5}-\sqrt{x^2+2x+4}\right) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $g'(x) = (x+1)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+5}} - \dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x+4}}\right) f'\left(\sqrt{x^2+2x+5}-\sqrt{x^2+2x+4}\right)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f\left(\sqrt{x^2+2x+5}-\sqrt{x^2+2x+4}\right)+2019\right]$

$= \lim\limits_{t\to 0}\left[f(t)+2019\right] = f(0)+2019$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$f(0)+2019$	$\nearrow$	$f\left(2-\sqrt{3}\right)+2019$	$\searrow$	$f(0)+2019$

Từ bảng biến thiên suy ra:

+) Hàm số $y = g(x)$ có giá trị lớn nhất là $f\left(2-\sqrt{3}\right)+2019$.

+) Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

+) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

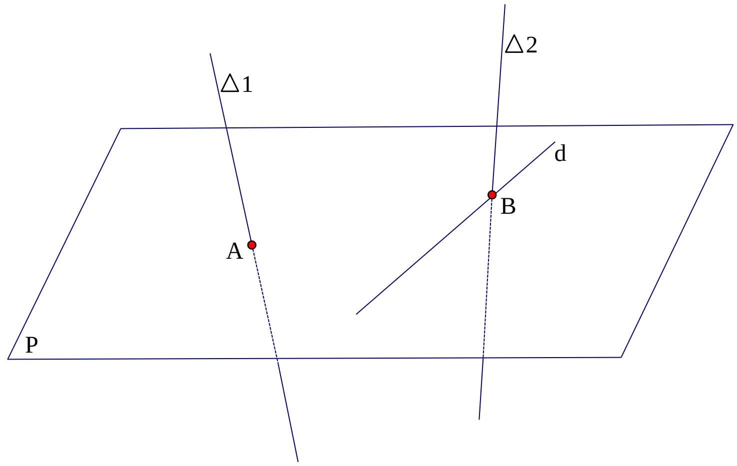
+) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành nhiều nhất tại hai điểm.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{1}$, $\Delta_2: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{3}$. Biết rằng có hai đường thẳng d_1, d_2 nằm trong (P), cắt Δ_2 và cách Δ_1 một khoảng bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. Gọi $\vec{u_1} = (a;b;1)$, $\vec{u_2} = (1;c;d)$ lần lượt là véctơ chỉ phương của d_1, d_2. Tính $S = a+b+c+d$.

A. $S = 0$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn A



Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(1;0;0)$ và có một véctơ chỉ phương $\overrightarrow{v_1}=(-1;-1;1)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(0;0;-1)$ và có một véctơ chỉ phương $\overrightarrow{v_2}=(1;1;3)$.

Nhận thấy $A, B\in(P)$.

Đường thẳng d nằm trong (P), cắt Δ_2 và cách Δ_1 một khoảng bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$, giả sử d có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;p),\left(m^2+n^2+p^2>0\right)$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vì d nằm trong (P) nên $\vec{u}\perp\vec{n}\Rightarrow \vec{u}.\vec{n}=0\Rightarrow m+n-p=0\Rightarrow p=m+n$.

Khi đó d đi qua B và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;p)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{v_1},\vec{u}\right]=(-n-p;m+p;m-n)$; $\overrightarrow{AB}=(-1;0;-1)$.

Khoảng cách giữa d và Δ_1 là: $d(d;\Delta_1)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{v_1},\vec{u}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{v_1},\vec{u}\right]\right|}=\frac{|n+p+n-m|}{\sqrt{(-n-p)^2+(m+p)^2+(m-n)^2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\Leftrightarrow m^2+mn=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-n\end{array}\right.$.

Với $m=0$ ta chọn $n=1\Rightarrow p=1$ suy ra một véctơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_1}=(0;1;1)$.

Với $m=-n$ ta chọn $n=-1\Rightarrow p=0$ suy ra một véctơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;0)$. Vậy $a=0;b=1;c=-1;d=0$ suy ra $S=a+b+c+d=0$.

Câu 47: Cho $x,y>0$ thoả mãn: $5^{x+4y}+\frac{3}{3^{xy}}+x+1=\frac{5^{xy}}{5}+3^{-x-4y}+y(x-4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$

A. 3. **B.** $5+2\sqrt{5}$. **C.** $3-2\sqrt{5}$. **D.** $1+\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết

$$5^{x+4y}+\frac{3}{3^{xy}}+x+1=\frac{5^{xy}}{5}+3^{-x-4y}+y(x-4)\Leftrightarrow 5^{x+4y}-\frac{1}{3^{x+4y}}+x+4y=5^{xy-1}-\frac{1}{3^{xy-1}}+xy$$

$$\Leftrightarrow f(x+4y)=f(xy-1)\Leftrightarrow x+4y=xy-1\Leftrightarrow 1+x+4y=xy\ (1)$$

Trong đó: $f(t)=5^t-\frac{1}{3^t}+t$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

Từ (1) ta có:

$$xy=1+x+4y\ge 1+4\sqrt{xy}\Rightarrow xy-4\sqrt{xy}+4\ge 5\Rightarrow\left(\sqrt{xy}-2\right)^2\ge 5$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{xy}\ge 2+\sqrt{5}\\ \sqrt{xy}\le 2-\sqrt{5}\end{array}\right.\Rightarrow\sqrt{xy}\ge 2+\sqrt{5}\ (do\ x,y>0)\Rightarrow P=x+y\ge 2\sqrt{xy}\ge 4+2\sqrt{5}\ (2)$$

Mặt khác, $P=x+y\Rightarrow y=P-x$, thay vào (1) ta có:

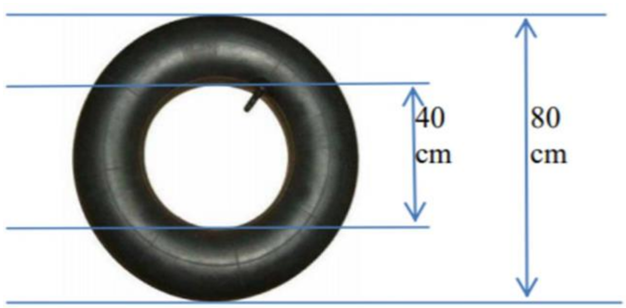
$$1+x+4(P-x)=x(P-x)\Leftrightarrow x^2-(3+P)x+1+4P=0\ (*)$$

Phương trình $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi:

$$(3+P)^2-4(1+4P)\ge 0\Leftrightarrow P^2-10P+5\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}P\ge 5+2\sqrt{5}\\ P\le 5-2\sqrt{5}\end{array}\right.\ (3)$$

Kết hợp $(2),(3)\Rightarrow P\ge 5+2\sqrt{5}$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x+y=5+2\sqrt{5}\\ x=\frac{3+P}{2}=4+\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4+\sqrt{5}\\ y=1+\sqrt{5}\end{cases}$.

Câu 48: Một cái phao bơi được bơm từ một cái ruột xe hơi và có kích thước như hình sau.

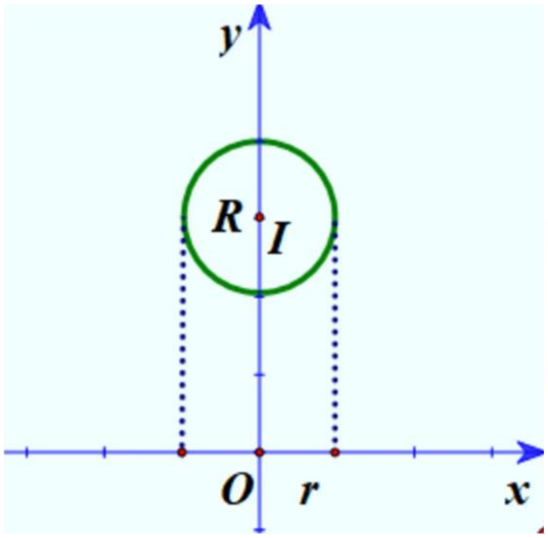


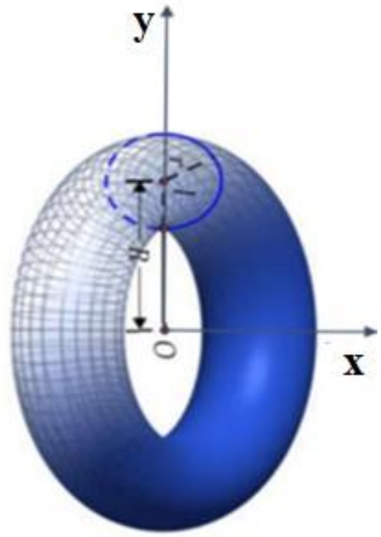
Thể tích của cái phao (không kể đầu van) bằng

A. $3000\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $6000\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $6000\pi^2\left(cm^3\right)$. **D.** $3000\pi^2\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn C





Chọn hệ trục Oxy. Lấy điểm I có tọa độ là $I(0;R)$.

Khi đó cái phao được tạo thành khi ta quay đường tròn $(I;r)$ một vòng quanh trục Ox, trong đó

$$r=\frac{80-40}{4}=10(cm),\ R=IO=\frac{40}{2}+10=30(cm).$$

Phương trình đường tròn đó là: $x^2+(y-R)^2=r^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y=R+\sqrt{r^2-x^2} \\ y=R-\sqrt{r^2-x^2} \end{cases}$

Thể tích của cái phao là: $V=\pi\int_{-r}^{r}\left|\left(R+\sqrt{r^2-x^2}\right)^2-\left(R-\sqrt{r^2-x^2}\right)^2\right|dx=4\pi R\int_{-r}^{r}\sqrt{r^2-x^2}\,dx$

Đặt $x=r\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow dx=r\cos t\,dt$.

Đổi cận

x	$-r$	r
t	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

$$V=4\pi R\int_{-r}^{r}\sqrt{r^2-x^2}\,dx=4\pi R\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{r^2-(r\sin t)^2}\,r\cos t\,dt=4\pi R\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|r\cos t|\,r\cos t\,dt$$

$$=4\pi R\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(r\cos t)^2\,dt=4\pi Rr^2\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2t}{2}\,dt=2\pi Rr^2\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=2\pi^2Rr^2.$$

Vậy thể tích cái phao là $V=2\pi^2Rr^2=2\pi^2.30.10^2=6000\pi^2\ (cm^3)$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2019;2019]$ để bất phương trình $(1-m^3)x^3+3(2-m^3)x^2+(13-m-3m^3)x+10-m-m^3\ge 0$ đúng với mọi $x\in[1;3]$. Số phần tử của S là

A. 4038. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(1-m^3\right)x^3+3\left(2-m^3\right)x^2+\left(13-m-3m^3\right)x+10-m-m^3\ge 0$

$\Leftrightarrow (x+2)^3+x+2\ge (mx+m)^3+(mx+m)\ (*)$.

Xét hàm số $f(t)=t^3+t;\ f'(t)=3t^2+1>0,\forall t\in \mathbb{R}$, suy ra $f(t)$ đồng biến.

Do đó $(*)\Leftrightarrow x+2\ge mx+m,\forall x\in[1;3]\Leftrightarrow m\le \dfrac{x+2}{x+1},\forall x\in[1;3]$.

Xét $g(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$, có $g'(x)=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0,\forall x\in[1;3]$, suy ra $g(x)$ nghịch biến trên $[1;3]$.

$\Rightarrow m\le g(x),\forall x\in[1;3]\Leftrightarrow m\le \min\limits_{[1;3]} g(x)=g(1)=\dfrac{3}{2}$.

Do $m\in[-2019;2019]$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2019;-2018;...;0;1\}$, có 2021 giá trị.

Câu 50: Ông A đến tiệm điện máy để mua ti vi với giá niêm yết $17.000.000$ đồng, ông trả trước 30% số tiền. Số tiền còn lại ông trả góp trong 6 tháng, lãi suất $2,5\%$ / tháng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày mua, ông bắt đầu trả góp; hai lần liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền trả góp ở mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng tiệm điện máy chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Nếu mua theo hình thức trả góp như trên thì số tiền ông A phải trả nhiều hơn số giá niêm yết gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. $2.160.000$ đồng. **B.** $1.983.000$ đồng. **C.** 883.000 đồng. **D.** $1.060.000$ đồng.

Lời giải

Chọn D

Ông A trả trước 30% số tiền nên số tiền ông A nợ phải trả góp 70% là $17.000.000\text{x}0,7=11.900.000$ đồng.

Công thức trả góp $T=\dfrac{A.r(1+r)^n}{(1+r)^n-1}$, trong đó T là số tiền phải trả cố định hàng tháng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc, A là số tiền vay, r là lãi suất, n là số tháng phải trả ngân hàng.

Khi đó mỗi tháng ông A phải trả số tiền là $T=\dfrac{11.900.000\,\text{x}\,2,5\%(1+2,5\%)^6}{(1+2,5\%)^6-1}\approx 2.160.000$ đồng.

Vậy nếu mua theo hình thức trả góp thì số tiền ông A phải trả nhiều hơn số giá niêm yết là $6T-11.900.000=6\text{x}2.160.000-11.900.000=1.060.000$ đồng.